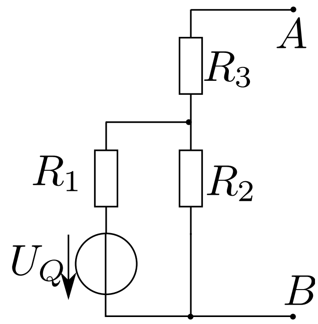
Grundlagen der Elektrotechnik I
Duale Hochschule Karlsruhe
Dozent: Prof. Dr.-Ing. Gerald Oberschmidt

8 Zweipoltheorie

8.1 Einfacher Zweipol



Berechnen Sie für den dargestellten aktiven Zweipol

(a) das Spannungsquellen-Ersatzschaltbild
Lösung: Das ist einfach eine Spannungsquelle mit der Leerlaufspannung

$$U_{LL} = U_Q \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

und dem Innenwiderstand

$$R_I = R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_1 + R_2}$$

in Reihe dazu.

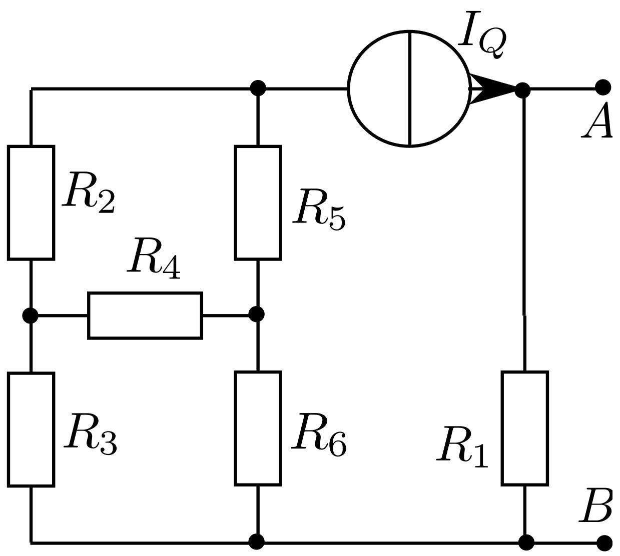
(b) das Stromquellen-Ersatzschaltbild
Lösung: Der Kurzschlusstrom, den die ideale Stromquelle liefert ist der Strom, der bei Kurzschluss von A-B durch R_3 fließt, also

$$\begin{aligned} I_{KS} &= I_1 \frac{R_2}{R_2 + R_3} \\ I_1 &= \frac{U_Q}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} = \frac{U_Q (R_2 + R_3)}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} \\ \Rightarrow I_{KS} &= U_Q \frac{R_2}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} \end{aligned}$$

Der Innenwiderstand, der parallel dazu liegt, ist der gleiche wie in (a). Natürlich hätte man den Kurzschlussstrom auch aus dem Ergebnis von (a) mit $I_{KS} = U_Q / R_I$ berechnen können.

8.2 Zweipol

Berechnen Sie für den dargestellten Zweipol AB

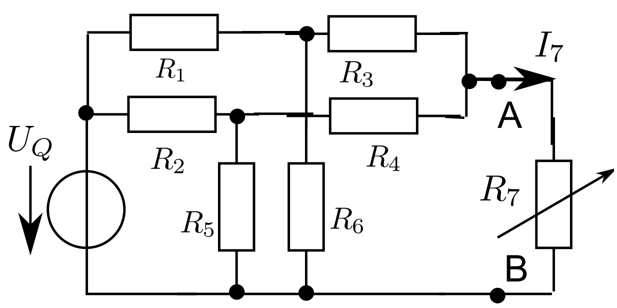


(a) Das Spannungsquellen-Ersatzschaltbild
Lösung: Die Schaltung aus den Widerständen 2 bis 6 liegt in Reihe zu einer idealen Stromquelle und hat daher keine Auswirkung auf den Zweipol. Die Ersatzquelle hat also eine Spannungsquelle mit $U_Q = I_Q R_1$ mit einem Innenwiderstand $R_I = R_1$ in Reihe damit.

(b) Das Stromquellen-Ersatzschaltbild
Lösung: Ist einfach die o.g. Schaltung ohne Widerstände 2 bis 6, also I_Q parallel zu R_1

8.3 Leistungsmaximierung

Die gezeigte Schaltung mit den Widerständen $R_1 = R_3 = R_4 = R_5 = 3\,\Omega$ und $R_2 = R_6 = 6\,\Omega$ sowie dem veränderbaren Widerstand R_7 liegt an der Spannnung $U_Q = 15\,\mathrm{V}$.



(a) Auf welchen Wert ist R_7 einzustellen, damit dieser die maximal mögliche Leistung aufnimmt?
Lösung: Zunächst wird der Innenwiderstand der Quelle bestimmt, und das reicht auch schon zur Beantwortung dieses Aufgabenteils. Wenn die Spannungsquelle durch einen

Kurzschluss ersetzt wird, liegt R_1 parallel zu R_6 an Masse. Gleiches gilt für R_2 und R_5. Es ergeben sich die Teilwiderstände

$$R_2||R_5 = \frac{3 \times 6}{3+6}\,\Omega = 2\,\Omega$$
$$R_1||R_6 = \frac{3 \times 6}{3+6}\,\Omega = 2\,\Omega$$

Mit R_3 und R_4 jeweils in Reihe ergeben sich $5\,\Omega$ und diese liegen wiederum parallel zueinander, so dass sich letztlich

$$R_I = R_7 = 2{,}5\,\Omega$$

ergibt.

(b) Wie groß ist diese maximale Leistung?
Lösung: Hierzu braucht man dann noch die Leerlaufspannung oder den Kurzschlussstrom. Der Kurzschlussstrom ist etwas einfacher zu berechnen, es ergibt sich

$$\begin{aligned} I_{KS} &= U\left(\frac{1}{R_1 + \frac{R_3 R_6}{R_3+R_6}} \times \frac{R_6}{R_3+R_6} + \frac{1}{R_2 + \frac{R_5 R_4}{R_4+R_5}} \times \frac{R_5}{R_4+R_5}\right) \\ &= U\left(\frac{R_6}{R_1R_3 + R_1R_6 + R_3R_6} + \frac{R_5}{R_2R_4 + R_2R_5 + R_5R_4}\right) \\ &= 15\,\mathrm{A}\left(\frac{6}{9+18+18} + \frac{3}{18+18+9}\right) = 15\,\mathrm{A}\left(\frac{2}{15} + \frac{1}{15}\right) \qquad = 3\,\mathrm{A} \end{aligned}$$

Und damit ist der Strom, wenn $R_7 = R_I = 2{,}5\,\Omega$ ist

$$I_7 = 1{,}5\,\mathrm{A}$$

und die Leistung ist mit

$$P_7 = I_7^2 R_7 = 5{,}625\,\mathrm{W}$$

8.4 Zweipol und Leistung

Ein aktiver Zweipol ist durch die Reihenschaltung seiner Quellenspannung $U_Q = 10\,\mathrm{V}$ und seines Innenwiderstandes $R_I = 10\,\Omega$, sowie durch eine zulässige innere Verlustleistung $P_{IMax} = 1\,\mathrm{W}$ gekennzeichnet.

(a) Bei welchem Lastwiderstand R_a wird ohne Überlastung des aktiven Zweipols die maximale Leistung abgegeben?
Lösung: Um nicht überlastet zu werden darf die Verlustleistung in R_I den gegebenen Wert nicht übersteigen, der Spannungsabfall dort muss als kleiner als

$$U_I \leq \sqrt{P_{I_max} R_I} = \sqrt{10}\,\mathrm{V} \approx 3{,}162\,\mathrm{V}$$

sein. Damit muss der Lastwiderstand im optimalen Fall die Bedingung

$$U_I = U\frac{R_I}{R_I + R_a} \Leftrightarrow \qquad R_a = \left(\frac{U}{U_I} - 1\right) R_I = 21{,}62\,\Omega$$

erfüllen.

(b) Wie groß sind diese Leistung und der Wirkungsgrad?
Lösung: Da der Strom

$$I = \frac{U}{R_I + R_a} = 316{,}2\,\mathrm{mA}$$

fließt, ist die in der Last umgesetzte Leistung

$$P_a = I^2 R_a = 2{,}162\,\mathrm{W}.$$

Der Wirkungsgrad ist einfach

$$\eta = \frac{P_a}{P_a + P_I} = 68\%.$$

(c) Wie groß sind die erzeugte Leistung, die innere Verlustleistung, die an den Lastwiderstand abgegebene Leistung und der Wirkungsgrad bei Verdopplung des Lastwiderstandes gegenüber Fall (a)?
Lösung: Wenn $R_a' = 43{,}2\,\Omega$ ist, dann fließt nur der Strom

$$I' = \frac{U}{R_I + R_a'} = 188\,\mathrm{mA}.$$

Die Leistungen und der Wirkungsgrad sind also

$$\begin{aligned} P_I' &= I'^2 R_I = 0{,}353\,\mathrm{W} \\ P_a' &= I'^2 R_a' = 1{,}53\,\mathrm{W} \\ P_{ges}' &= 1{,}88\,\mathrm{W} \\ \eta' &= 81\,\%. \end{aligned}$$

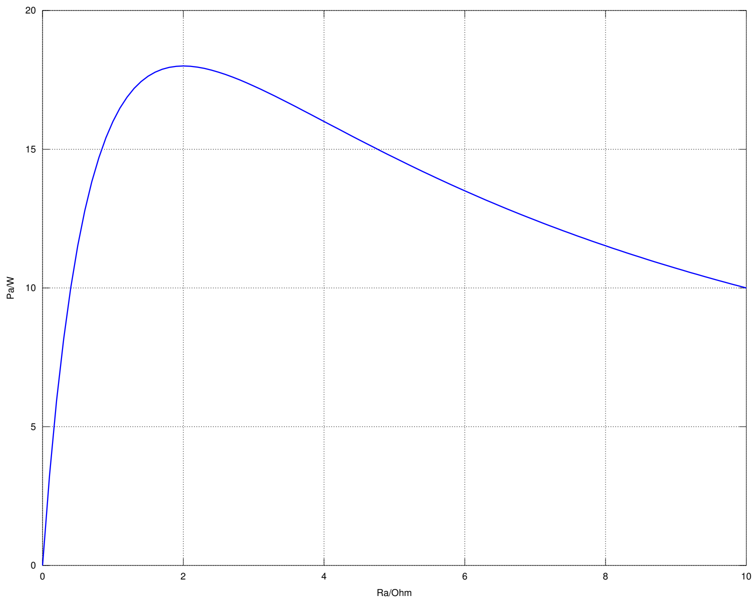
8.5 Grafische Darstellung

Eine Spannungsquelle mit der Leerlaufspannung $U_0 = 12\,\mathrm{V}$ und dem Innenwiderstand $R_i = 2\,\Omega$ wird mit einem einstellbaren Außenwiderstand R_a belastet. Wie groß ist die vom Außenwiderstand aufgenommene Leistung P_a in Abhängigkeit von R_a? Stellen Sie das Ergebnis grafisch dar.
Lösung: Strom und Spannung durch bzw. über R_a sind

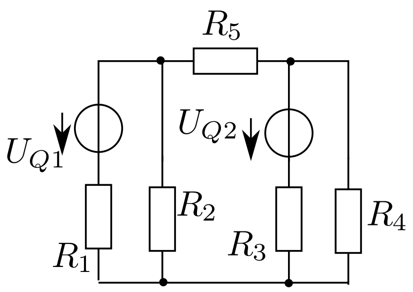
$$\begin{aligned} I &= U \times \frac{1}{R_i + R_a} \\ U_a &= U \times \frac{R_a}{R_i + R_a} \end{aligned}$$

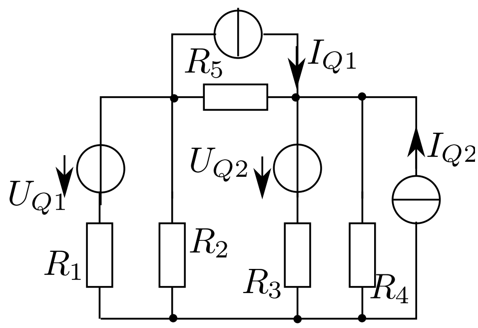
Damit ist die Leistung

$$P_a = U^2 \frac{R_a}{(R_a + R_i)^2} = 144\,\mathrm{W} \times \frac{R_a/\Omega}{(R_a/\Omega + 2)^2}.$$



8.6 Zweigstromanalyse





(a) Berechnen Sie mit Hilfe der Zweigstromanalyse den Strom I_5 durch den Widerstand R_5 der linken Schaltung!
Lösung: Für die Knotengleichungen gilt

$$I_1 - I_2 - I_5 = 0$$
$$I_3 + I_4 - I_5 = 0$$

Für die Maschen dann

$$I_1 R_1 + I_2 R_2 = U_1$$
$$I_5 R_5 + I_3 R_3 - I_2 R_2 = -U_2$$
$$I_3 R_3 - I_4 R_4 = -U_2$$

und als Gleichungssystem in Matrixschreibweise erhält man

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ R_1 & R_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -R_2 & R_3 & 0 & R_5 \\ 0 & 0 & R_3 & -R_4 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ U_1 \\ -U_2 \\ -U_2 \end{pmatrix}$$

Und das Gleichungssystem löst man wie folgt auf:

Sinnvolle Vertauschung der Zeilen, so dass schon fast eine Diagonalform entsteht:

$$\begin{pmatrix} R_1 & R_2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -R_2 & R_3 & 0 & R_5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & R_3 & -R_4 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_1 \\ 0 \\ -U_2 \\ 0 \\ -U_2 \end{pmatrix}$$

Es wird die erste Spalte (in der zweiten Zeile) bereinigt:

$$\begin{pmatrix} R_1 & R_2 & 0 & 0 & 0 \\ & -1-\frac{R_2}{R_1} & 0 & 0 & -1 \\ & -R_2 & R_3 & 0 & R_5 \\ & & 1 & 1 & -1 \\ & & R_3 & -R_4 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_1 \\ -\frac{U_1}{R_1} \\ -U_2 \\ 0 \\ -U_2 \end{pmatrix}$$

Danach ist die zweite Spalte (dritte Zeile) dran

$$\begin{pmatrix} R_1 & R_2 & 0 & 0 & 0 \\ & -1-\frac{R_2}{R_1} & 0 & 0 & -1 \\ & & R_3 & 0 & R_5+\frac{R_1R_2}{R_1+R_2} \\ & & 1 & 1 & -1 \\ & & R_3 & -R_4 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_1 \\ -\frac{U_1}{R_1} \\ -U_2+U_1\frac{R_2}{R_1+R_2} \\ 0 \\ -U_2 \end{pmatrix}$$

Jetzt noch die dritte Spalte, dazu werden nochmal vierte und fünfte Zeile vertauscht, weil die dann einfach substrahiert werden können

$$\begin{pmatrix} R_1 & R_2 & 0 & 0 & 0 \\ & -1-\frac{R_2}{R_1} & 0 & 0 & -1 \\ & & R_3 & 0 & R_5+\frac{R_1R_2}{R_1+R_2} \\ & & & +R_4 & R_5+\frac{R_1R_2}{R_1+R_2} \\ & & & 1 & -1-\frac{R_5}{R_3}-\frac{R_1R_2}{R_3(R_1+R_2)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_1 \\ -\frac{U_1}{R_1} \\ -U_2+U_1\frac{R_2}{R_1+R_2} \\ U_1\frac{R_2}{R_1+R_2} \\ +\frac{U_2}{R_3}+U_1\frac{R_2}{R_3(R_1+R_2)} \end{pmatrix}$$

Die vierte Zeile wird nun normiert:

$$\begin{pmatrix} R_1 & R_2 & 0 & 0 & 0 \\ & -1-\frac{R_2}{R_1} & 0 & 0 & -1 \\ & & R_3 & 0 & R_5+\frac{R_1R_2}{R_1+R_2} \\ & & & 1 & \frac{R_5(R_1+R_2)+R_1R_2}{R_4(R_1+R_2)} \\ & & & 1 & -1-\frac{R_5}{R_3}-\frac{R_1R_2}{R_3(R_1+R_2)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_1 \\ -\frac{U_1}{R_1} \\ -U_2+U_1\frac{R_2}{R_1+R_2} \\ U_1\frac{R_2}{R_4(R_1+R_2)} \\ +\frac{U_2(R_1+R_2)+U_1R_2}{R_3(R_1+R_2)} \end{pmatrix}$$

Nun muss man nur noch die letzten beiden Zeilen voneinander subtrahieren und hat sofort

$$I_5\left(\frac{R_5(R_1+R_2)+R_1R_2}{R_4(R_1+R_2)}+1+\frac{R_5}{R_3}-\frac{R_1R_2}{R_3(R_1+R_2)}\right)=$$
$$U_1\frac{R_2}{R_4(R_1+R_2)}-\frac{U_2(R_1+R_2)+U_1R_2}{R_3(R_1+R_2)}$$
$$\Leftrightarrow I_5\frac{R_5R_3(R_1+R_2)+R_1R_2R_3+R_3R_4(R_1+R_2)+R_4R_5(R_1+R_2)+R_1R_2R_4}{R_3R_4(R_1+R_2)}=$$
$$U_1\frac{U_1R_2(R_3+R_4)-U_2R_4(R_1+R_2)}{R_3R_4(R_1+R_2)}$$
$$\Leftrightarrow I_5=\frac{U_1R_2(R_3+R_4)-U_2R_4(R_1+R_2)}{R_5R_3(R_1+R_2)+R_1R_2R_3+R_3R_4(R_1+R_2)+R_4R_5(R_1+R_2)+R_1R_2R_4}$$

(b) Wie unterscheidet sich das Gleichungssystem im rechten Bild vom linken Bild?
Lösung: Effektiv wird eine Spannungsquelle mit der Leerlaufspannung I_{Q1}/R_5 in den oberen Querzweig eingefügt, so dass die Maschengleichungen um diese Quelle ergänzt werden müssen und als Gleichungssystem ergibt sich:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ R_1 & R_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -R_2 & R_3 & 0 & R_5 \\ 0 & 0 & R_3 & -R_4 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} I_{Q1} \\ I_{Q1}+I_{Q2} \\ U_1 \\ -U_2 \\ -U_2 \end{pmatrix}$$

(c) Gegeben sind

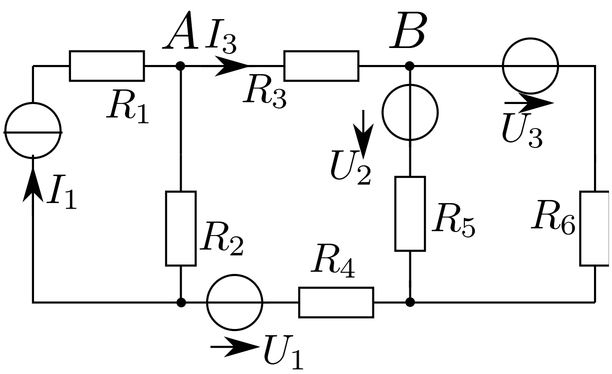
$R_1 = 10\,\Omega$, $R_2 = 15\,\Omega$, $R_3 = 100\,\Omega$, $R_4 = 30\,\Omega$,
$R_5 = 10\,\Omega$, $U_1 = 10\,\mathrm{V}$, $U_2 = 20\,\mathrm{V}$

Berechnen Sie I_5 wie im Aufgabenteil (a) angegeben!
Lösung: Einsetzen der Zahlen und Ausrechnen ergibt dann

$$I_5 = 35{,}43\,\mathrm{mA}$$

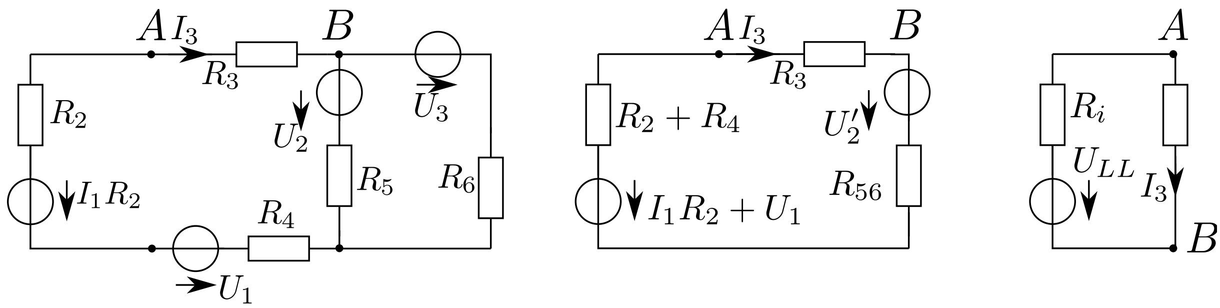
8.7 Zweipoltheorie

Berechnen Sie für das im Bild gezeigte Netzwerk den Strom I_3 durch den Widerstand R_3 nach der Zweipoltheorie.



...

Lösung: R_1 spielt keine Rolle, da in Serie zu einer idealen Stromquelle liegt. Ansonsten ist die Ersatzquelle bzgl. der Quellen A und B zu bestimmen. Dazu wird die Stromquelle I_{Q1} mit Innenwiderstand R_2 in eine äquivalente Spannungsquelle umgewandelt.



Hier bei ist

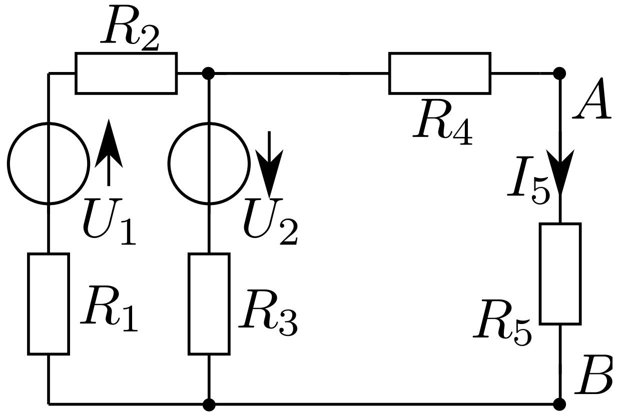
$$U_2' = \frac{U_2 R_6 + U_3 R_5}{R_5 + R_6}$$
$$R_{56} = \frac{R_5 R_6}{R_5 + R_6}$$
$$U_{LL} = I_1 R_2 + U_1 - \frac{U_2 R_6 + U_3 R_5}{R_5 + R_6}$$
$$R_i = R_2 + R_4 + \frac{R_5 R_6}{R_5 + R_6}$$

Und dann ist mit der sehr vereinfachten Ersatzquelle

$$I_3 = \frac{U_{LL}}{R_i + R_3} = \frac{(I_1 R_2 + U_1)(R_5 + R_6) - U_2 R_6 - U_3 R_5}{(R_2 + R_3 + R_4)(R_5 + R_6) + R_5 R_6}$$

8.8 Zweipoltheorie

Gegeben sei die dargestellte Schaltung. Berechnen Sie den Strom I_5 durch R_5 mit Hilfe der Zweipoltheorie!



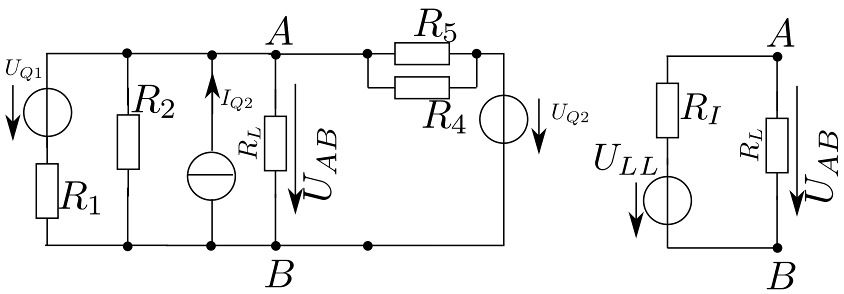
...
Lösung: Die Widerstände R_1 und R_2 lassen sich zu einem Innenwiderstand der Quelle mit U_1 zusammenfassen. Diese ist parallel geschaltet zu U_2, wobei die beiden allerdings entgegengesetzte Pfeile (Richtungen) aufweisen. Der Innenwiderstand der Gesamtquelle ist dann noch mit der Reihenschaltung mit R_4 zu modifizieren. Es ergibt sich so

$$
\begin{aligned}
U_{LL} &= \frac{U_2(R_1+R_2) - U_1 R_3}{R_1+R_2+R_3} \\
R_i &= \frac{(R_1+R_2)R_3}{R_1+R_2+R_3} + R_4 \\
&= \frac{(R_1+R_2)R_3 + R_4(R_1+R_2+R_3)}{R_1+R_2+R_3}
\end{aligned}
$$

Und damit ist dann der Strom I_5 zu berechnen zu

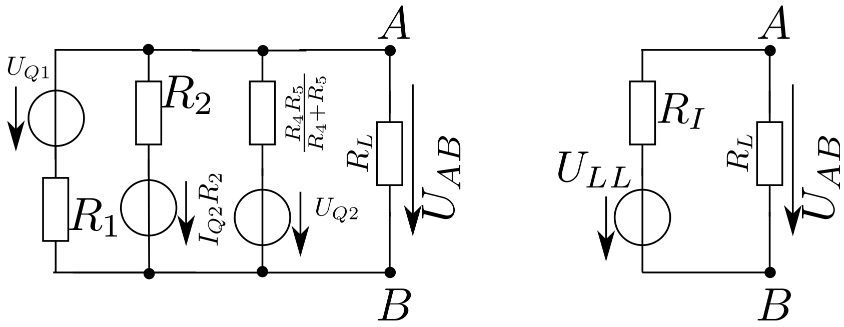
$$
I_5 = \frac{U_{LL}}{R_i + R_5} \qquad = \frac{U_2(R_1+R_2) - U_1 R_3}{(R_1+R_2)R_3 + (R_4+R_5)(R_1+R_2+R_3)}
$$

8.9 Ersatzspannungsquelle (14 Punkte)



Für die gezeigte Schaltung sind die Verhältnisse an den Klemmen A und B, insbesondere die Spannung U_{AB}, für beliebige Lastwiderstände R_L zu bestimmen.

(a) Bestimmen Sie die äquivalente Ersatzspannungsquelle bzgl. der Klemmen A-B! (Sollte Ihnen dieses Schwierigkeiten bereiten, so gehen Sie weiter zu (b)!)
Lösung: Im Ergebnis ergibt sich folgendes:



$$
\begin{aligned}
R_I &= R_1||R_2||\frac{R_4R_5}{R_4+R_5} \\
\Leftrightarrow \frac{1}{R_I} &= \frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{R_4+R_5}{R_4R_5} \\
&= \frac{R_2R_4R_5+R_1R_4R_5+R_1R_2(R_4+R_5)}{R_1R_2R_4R_5} \\
\Leftrightarrow R_I &= \frac{R_1R_2R_4R_5}{R_2R_4R_5+R_1R_4R_5+R_1R_2(R_4+R_5)}
\end{aligned}
$$

Und für die Leerlaufspannung haben wir dann mit den folgenden Nebenrechnungen:

$$
\begin{aligned}
R_2||R_{45} &= \frac{R_2R_4R_5}{R_2(R_4+R_5)+R_4R_5} \\
R_1||R_{45} &= \frac{R_1R_4R_5}{R_1(R_4+R_5)+R_4R_5} \\
R_2||R_2 &= \frac{R_1R_2}{R_1+R_2}
\end{aligned}
$$

und dann

$$
\begin{aligned}
U_{LL1} &= U_{Q1}\frac{R_2R_4R_5}{R_1(R_2(R_4+R_5)+R_4R_5)+R_2R_4R_5} \\
U_{LL2} &= I_{Q2}R_2\frac{R_1R_4R_5}{R_2(R_1(R_4+R_5)+R_4R_5)+R_1R_4R_5} \\
U_{LL3} &= U_{Q2}\frac{R_1R_2}{\frac{R_4R_5}{R_4+R_5}(R_1+R_2)+R_1R_2} \\
&= U_{Q2}\frac{R_1R_2(R_4+R_5)}{R_4R_5(R_1+R_2)+R_1R_2(R_4+R_5)}
\end{aligned}
$$

Und schließlich natürlich die Summe der einzelnen Anteile:

$$
\begin{aligned}
U_{LL} &= U_{LL1}+U_{LL2}+U_{LL3} \\
&= U_{Q1}\frac{R_2R_4R_5}{R_1(R_2(R_4+R_5)+R_4R_5)+R_2R_4R_5}+ \\
&\quad I_{Q2}R_2\frac{R_1R_4R_5}{R_2(R_1(R_4+R_5)+R_4R_5)+R_1R_4R_5}+ \\
&\quad U_{Q2}\frac{R_1R_2(R_4+R_5)}{R_4R_5(R_1+R_2)+R_1R_2(R_4+R_5)}
\end{aligned}
$$

Bewertung: Insgesamt 2 Punkte für den Innenwiderstand und 3 Punkte für die Leerlaufspannung, also 5 Punkte

(b) Die Widerstände $R_1 = R_2 = R_4 = R_5 = R$ sind alle gleich und die Quellen haben eine Leerlaufspannung von $U_{Q1} = U_{Q2} = I_{Q2}R = U_Q$. Geben Sie nun die ausgerechneten Werte des Ersatzzweipols und auch den Kurzschlussstrom an den Klemmen A-B an! (Wenn Sie Ihrem Aufgabenteil (a) nicht vertrauen, versuchen sie es hier nochmal!)
Lösung: Es ist nun alles viel einfacher und es ergibt sich unmittelbar

$$\begin{aligned} U_{LL} &= \frac{1}{4}U_Q + \frac{1}{4}U_Q + \frac{1}{2}U_Q = U_Q \\ R_I &= \frac{1}{4}R \\ I_{KS} &= 4\frac{U_Q}{R} \end{aligned}$$

Bewertung: (3) Punkte, jeweils einer für den Innenwiderstand, Leerlaufspannung und Kurzschlußstrom.

(c) Bestimmen Sie die in R_L umgesetzte Leistung! Spannungen und Widerstände sind natürlich wie oben gegeben.
Lösung: Leistungsumsatz in einem Widerstand R_L ist dann

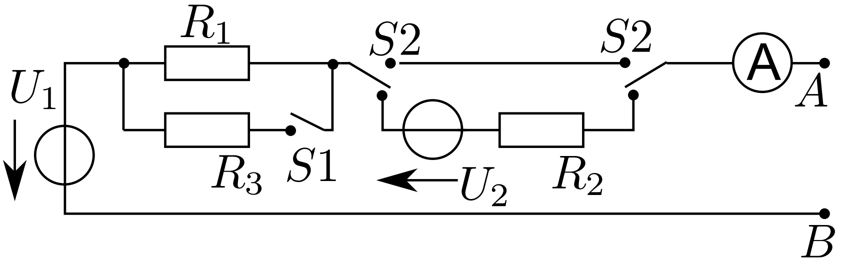
$$P_L = \left(\frac{U_{LL}}{R_L + R_I}\right)^2 R_L = 16\frac{U_Q^2}{(4R_L + R)^2}R_L$$

Bewertung: (2) Punkte, ggf. Punkte bei Folgefehlern geben!

(d) Wie groß sollte R_L sein, damit in ihm die maximal mögliche Leistung umgesetzt werden kann? Wie groß ist diese Leistung?
Lösung: Für Leistungsanpassung gilt natürlich $R_L = R_I$ ud damit hier $R_L = \frac{1}{4}R$. Umgesetzt wird dann die Leistung $P_{L,max} = \frac{U_Q^2}{R}$.
Bewertung: (2) Punkte, einer für den richtigen Widerstand, einer für die Leistung

(e) Vergleichen Sie den hier berechneten Zweipol (Ersatzspannungsquelle) mit einer einfachen Quelle mit der Leerlaufspannung U_Q und dem Innenwiderstand R! (Mindestens ein vollständiger Satz!)
Lösung: Im Prinzip ist die hier berechnete Quelle sehr ähnlich der einfachen. Unterschied ist nur der *Innenwiderstand, der nur ein Viertel der einfachen beträgt.* Dadurch sind natürlich auch *Kurzschlußstrom und maximal abgebbare Leistung viermal so hoch.*
Bewertung: (2) Punkte, siehe Unterstreichungen.

8.10 Ersatzspannungsquelle (14 Punkte)



In oben gezeigter Spannungsquelle soll die innere Verschaltung in Abhängigkeit vom entnommenen Strom (Amperemeter mit verschwindendem Innenwiderstand) durch Umlegen der Schalter $S1$ und $S2$ geregelt werden.

(a) Geben Sie alle drei Parameter der Ersatzspannungsquelle für die alle vier möglichen Schalterstellungen an! (4 Punkte)
Lösung:

Bemerkung: In der Originalklausur lag $S1$ als Umschalter zwischen R_1 und R_3, damit weichen dort die Ergebnisse ab.

Es gibt vier sinnvolle Schalterstellungen, die Ergebnisse sind

$$\begin{array}{llll}
1: S1 \text{ oben }, S2 \text{ oben }, & U_{LL} = U_1, & R_I = R_1, & I_{KS} = \dfrac{U_1}{R_1} \\
2: S1 \text{ unten }, S2 \text{ oben }, & U_{LL} = U_1, & R_I = \dfrac{R_1 R_3}{R_1 + R_3}, & I_{KS} = \dfrac{U_1(R_1 + R_3)}{R_1 R_3} \\
3: S1 \text{ oben }, S2 \text{ unten }, & U_{LL} = U_1 + U_2, & R_I = R_1 + R_2, & I_{KS} = \dfrac{U_1 + U_2}{R_1 + R_2} \\
4: S1 \text{ unten }, S2 \text{ unten }, & U_{LL} = U_1 + U_2, & R_I = R_2 + \dfrac{R_1 R_3}{R_1 + R_3}, & I_{KS} = \dfrac{(U_1 + U_2)(R_1 + R_2)}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}
\end{array}$$

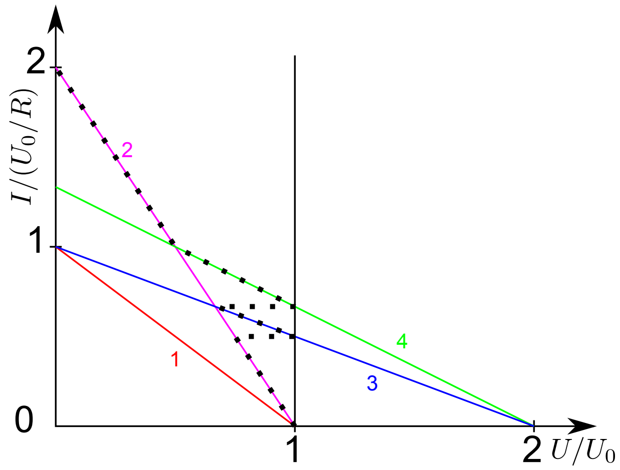
Für jeden Fall 1 Punkt

(b) Die Widerstände $R_1 = R_2 = R_3 = R$ sind alle gleich und die Quellen haben eine Leerlaufspannung von $U_1 = U_2 = U_0$. Geben Sie nun die oben ausgerechneten Werte der jeweiligen Ersatzquellen an und zeichnen Sie die Arbeitsgerade in ein $U - I$-Diagramm! (Wenn Sie Ihrem Aufgabenteil (a) nicht vertrauen, versuchen sie es hier nochmal!) (2 Punkte)
Lösung: Es ist nun alles viel einfacher und es ergibt sich unmittelbar

$$\begin{array}{llll}
1: S1 \text{ oben }, S2 \text{ oben }, & U_{LL} = U_0, & R_I = R, & I_{KS} = \dfrac{U_0}{R} \\
2: S1 \text{ unten }, S2 \text{ oben }, & U_{LL} = U_0, & R_I = \dfrac{R}{2}, & I_{KS} = \dfrac{2U_0}{R} \\
3: S1 \text{ oben }, S2 \text{ unten }, & U_{LL} = 2U_0, & R_I = 2R, & I_{KS} = \dfrac{U_0}{R} \\
4: S1 \text{ unten }, S2 \text{ unten }, & U_{LL} = 2U, & R_I = 1{,}5R, & I_{KS} = \dfrac{4U_0}{3R}
\end{array}$$

(Für jeden Teil 0,5 Punkte, insgesamt 2 Pkt))

Die Arbeitsgerade sind im folgenden Diagramm eingezeichnet:



(c) (*) Die Schalterstellungen werden wie folgt (Reihenfolge der Prioritäten) in Abhängigkeit vom gemessenen Strom geschaltet:

i. Die Ausgangsspannung ist immer kleiner als U_0

ii. Die Ausgangsspannung soll immer möglichst hoch sein (aber eben niemals über U_0)

iii. Der Spannungsabfall an den internen Widerständen soll möglichst gering sein.

Zeichnen Sie in das Diagramm den Pfad dem durch die geregelte Schalterstellung zu folgen ist! (3 Punkte)
Lösung: Gestrichelter Pfad in vorheriger Lösung.

(Drei Punkte für den richtigen Pfad)

(d) Welche Leistung wird in den internen Widerständen verbraucht, wenn die Klemmen A und B leer laufen? (1 Punkt)
Lösung: Ist ja alles in Reihe, also fließt kein Strom, wo kein Strom fließt wird keine Leistung verbraucht. **(1 Punkt)**

(e) Welche Leistung kann der Quelle maximal entnommen werden, wenn $S1$ in Stellung “oben” und $S2$ in Stellung “unten” ist? Wie groß ist dann der Wirkungsgrad? (Ein Sonderpunkt, wenn Sie das Ergebnis mit U_1,U_2,R_1,R_2,R_3 angeben!) (4 Punkte)
Lösung: Das ist dann eine Quelle mit

$$\begin{aligned} U_{LL} &= U_1 + U_2, & R_I &= R_1 + R_2 \\ U_{LL} &= 2U_0, & R_I &= 2R \end{aligned}$$

und damit ist der Widerstand für Leistungsanpassung

$$\begin{aligned} R_L &= R_1 + R_2 \\ R_L &= 2R \end{aligned}$$

(1 Punkt)

und die Leistungsentnahme ist

$$P_L = \frac{(U_1 + U_2)^2}{4(R_1 + R_2)}$$
$$P_L = \frac{U_0^2}{2R}$$

(1 Punkt) und der Wirkungsgrad ist jeweils $\eta = 50\,\%$. **(1 Punkt)**

(und noch 1 Punkt wenn das Ergebnis allgemein dargestellt wurde)